Universität Stuttgart

Institut für Nichtlineare Mechanik

Methode der Finiten Elemente

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

Gegeben ist das Prinzip der virtuellen Verrückungen (PdvV) eines Stabes,

$$\int_0^\ell \delta\varepsilon_x \, EA \, \varepsilon_x \, dx = \int_0^\ell \delta u \, q_x \, dx + \delta u_0 N_0 + \delta u_\ell N_\ell .$$

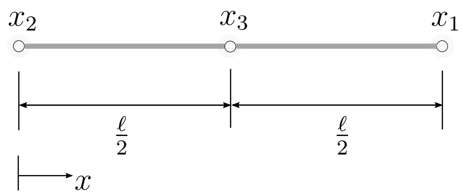
Gesucht ist die Elementsteifigkeitsmatrix $\mathbf{K}$ für ein 3-Knoten-Stabelement mit einem quadratischen Verschiebungsansatz der Form

$$u(r) = \boldsymbol{Hu} = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}$$

und den Formfunktionen

$$\begin{aligned} h_1(r) &= \frac{1}{2}(1+r) - \frac{1}{2}(1-r^2) \\ h_2(r) &= \frac{1}{2}(1-r) - \frac{1}{2}(1-r^2) \\ h_3(r) &= 1 - r^2 . \end{aligned}$$

Der E-Modul E und die Querschnittsfläche A können als konstant angenommen werden. Der Mittelknoten bei x_3 soll sich in seiner natürlichen Lage befinden, siehe Skizze.



a) Identifizieren Sie den zur Berechnung der Steifigkeitsmatrix benötigen Ausdruck im PdvV.

b) Geben Sie die Verschiebungsverzerrungsrelation an.

c) Berechnen Sie die Ableitungen der Formfunktionen nach r

d) Bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen dx und dr und formulieren Sie das Integral in Abhängigkeit von r anstelle von x.

e) Berechnen Sie das Element K_{23} der Elementsteifigkeitsmatrix.