Methode der Finiten Elemente

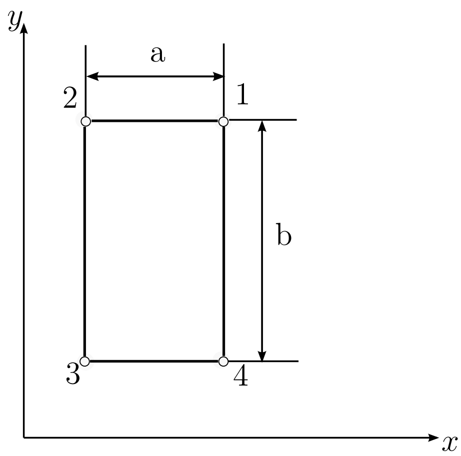
Übungsblatt 8

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Elementmatrizen des linearen 2-Knoten-Wärmeleitungselements.

Aufgabe 2

Gesucht ist die Konduktivitätsmatrix für ein bilineares 4-Knoten Wärmeleitungselement (Dicke t, Leitfähigkeit κ).



a) Bestimmen Sie die Ansatzfunktionen.

b) Bilden Sie die benötigten Ableitungen.

c) Berechen Sie das Element K_{14} der Konduktivitätsmatrix.

d) Wie viele 'Starrkörperverschiebungen' besitzt diese Matrix?

Aufgabe 3

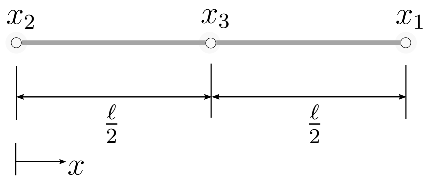
Gesucht ist die Konduktivitätsmatrix für ein isoparametrisches 1-D Wärmeleitungselement mit dem quadratischen Verschiebungsansatz

$$\Theta(r) = \begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Theta_2 \\ \Theta_3 \end{bmatrix}$$

und den Formfunktionen

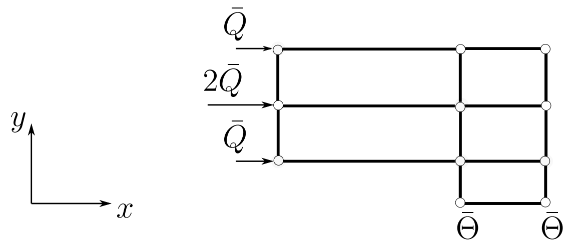
$$\begin{aligned} h_1(r) &= \frac{1}{2}(1+r) - \frac{1}{2}(1-r^2) \\ h_2(r) &= \frac{1}{2}(1-r) - \frac{1}{2}(1-r^2) \\ h_3(r) &= 1 - r^2. \end{aligned}$$

Die Leitfähigkeit und die Querschnittsfläche können als konstant angenommen werden. Der Mittelknoten bei x_3 soll sich in seiner natürlichen Lage befinden, siehe Skizze.



Aufgabe 4

Die Skizze zeigt die Diskretisierung eines ebenen, stationären Wärmeleitungsproblems mit 4-Knoten-Elementen.



a) Wie viele Knoten und Elemente hat das Problem?

b) Wie viele Freiheitsgrade sind an jedem Knoten nötig?

c) Wie viele Freiheitsgrade hat das diskretisierte Gesamtsystem **ohne** Berücksichtigung der Randbedingungen?

d) Wie viele Freiheitsgrade hat das diskretisierte Gesamtsystem **nach** Berücksichtigung der Randbedingungen?

e) Stellen Sie die Indextafeln für jedes Element auf, **ohne** die Randbedingungen zu berücksichtigen.

f) Bauen Sie mit Hilfe der Indextafeln die Gesamtkonduktivitätsmatrix symbolisch auf.