



Masterarbeit

Lyapunov-Stabilitätsanalyse von mechanischen Systemen mit fraktionalen Elementen

Die Lyapunov-Stabilitätstheorie ist ein fundamentaler Bestandteil der Nichtlinearen Dynamik und bildet in der Regelungstechnik die Basis für nichtlineare Regelungskonzepte. Die Methode von Lyapunov, welche Lyapunov-Funktionen für die Stabilitätsuntersuchung nutzt, wurde für gewöhnliche Differentialgleichungen entwickelt. Die Modellierung von mechanischen Systemen mit viskoelastischem Materialverhalten kann mit Hilfe von fraktionalen (also nicht ganzzahligen) Ableitungen dargestellt werden. Während klassische rheologische Modelle, die aus Feder- und Dämpferelementen zusammengesetzt sind, ein diskretes Relaxationsspektrum besitzen, führt die Verallgemeinerung mit fraktionalen Elementen (sogenannte Springpots) auf kontinuierliche Relaxationsspektren.

Das erste Ziel dieser Arbeit ist die Approximation eines Caputo-Springpots als Parallelanordnung von endlich vielen Feder-Dämpfer-Ketten (generalisiertes Maxwell-Element). Dabei wird jedem Maxwell-Element eine Frequenz zugeordnet. Dieses Modell soll in ein Masse-Feder-Springpot-System

$$m\ddot{q} + c_0q + c_\alpha D^\alpha q = 0, \quad m, c_0, c_\alpha > 0 \quad (1)$$

integriert und für das resultierende (gewöhnliche) Differentialgleichungssystem eine Stabilitätsanalyse durchgeführt werden.

Im zweiten Teil der Arbeit sollen die Resultate des ersten Teils zur Analyse von Hopf-Bifurkationen des Systems

$$m\ddot{q} + c_0q + c_\alpha D^\alpha q + c_1\dot{q} = 0, \quad m, c_0, c_\alpha > 0 \quad (2)$$

bezüglich des Parameters c_1 verwendet werden. Dabei kann zunächst $\alpha \in \mathbb{Q}$ gewählt werden, sodass (2) als fraktionales Differentialgleichungssystem

$$D^\alpha \mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (3)$$

formuliert werden kann. Eine Analyse der Eigenwerte von \mathbf{A} liefert dann eine Charakterisierung der Bifurkation (Satz von Matignon). Für ein beliebiges $\alpha \in \mathbb{R}$ ist (2) dann in das diskrete Modell aus dem ersten Teil zu integrieren und eine Stabilitätsanalyse vorzunehmen. Ein möglicher Ausblick wäre die Betrachtung der gespeicherten Energie des Springpots und die Konstruktion von Kandidaten für Lyapunov-Funktionale für (1) oder (2). Auch die Regelung eines fraktionalen Systems wäre interessant.

Themengebiete: Nichtlineare Dynamik, fraktionale Analysis, Funktionalanalysis

Betreuer: Dr. André Schmidt, andre.schmidt@inm.uni-stuttgart.de

Matthias Hinze, matthias.hinze@inm.uni-stuttgart.de

Verantwortlicher Professor: Prof. Dr. Remco I. Leine

Vorkenntnisse: Nichtlineare Dynamik, Regelungstechnik, Technische Mechanik, FEM, Matlab