

Themengebiete:	FEM, fraktionalen Ableitungen, Programmierung
Betreuer:	Dr. André Schmidt, schmidt@inm.uni-stuttgart.de
Verantwortlicher Professor:	Prof. Dr. R. Leine
Vorkenntnisse:	FEM, Numerik, Programmierung

Studienarbeit

Programmierung einer FE-Formulierung mit fraktionalen Ableitungen zur Lösung der barometrischen Höhenformel

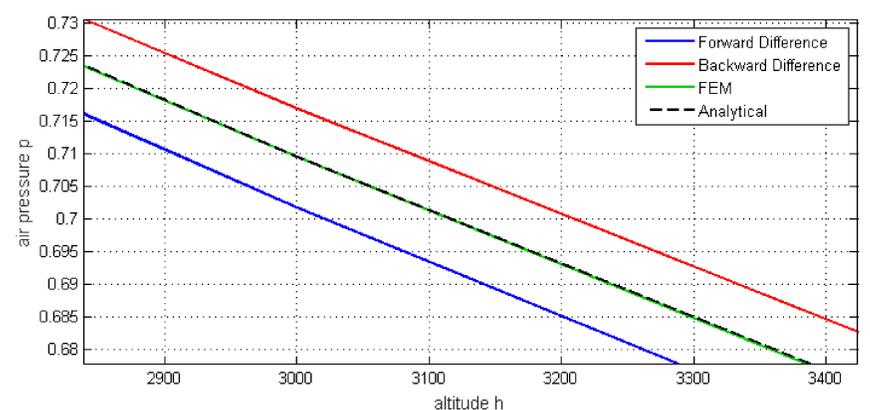
Zur Lösung einer Differenzialgleichung (DGL) mithilfe der Finten Elemente Methode (FEM) wird zunächst die sogenannte schwache Form der Differenzialgleichung hergeleitet. Durch partielle Integration wird dabei sichergestellt, dass die Ableitungsordnungen der Wichtungsfunktion sowie der Feldvariablen gleich groß sind. Dadurch wird erreicht, dass die Systemmatrizen symmetrisch sind, was eine wesentliche Eigenschaft der FEM darstellt. Diese Vorgehensweise setzt allerdings voraus, dass die Ordnung der behandelten DGL geradzahlig ist.

Eine Erweiterung der FEM zur Lösung von Differenzialgleichungen ungerader Ordnung ist jedoch möglich, indem auf die Theorie fraktionaler Ableitungen zurückgegriffen wird. Diese stellt eine Verallgemeinerung der Ableitung einer Funktion von ganzzahliger auf eine beliebige (reell-wertige) Ordnung dar, was analog die Integration mit einschließt. Insbesondere sind im vorliegenden Fall Ableitungen bzw. Integrationen der Ordnung $1/2$ von Bedeutung, um die Symmetrie der Systemmatrizen sicherzustellen.

Im Rahmen dieser Arbeit soll exemplarisch die barometrische Höhenformel untersucht werden, die eine DGL erster Ordnung mit bekannter exakter Lösung ist, wodurch die Ergebnisse der Arbeit unmittelbar quantifiziert werden können. Die umfangreiche mathematische Lösung des Problems ist bekannt und dient als Ausgangspunkt der Arbeit.

Ausgehend von den genannten Vorarbeiten soll eine numerische Umsetzung zur Lösung der barometrischen Höhenformel mithilfe der FEM in MATLAB programmiert, getestet und mit anderen Ansätzen verglichen werden. Insbesondere umfasst die Aufgabenstellung die folgenden Arbeitspakete:

- Einarbeitung in das Themengebiet der fraktionalen Ableitungen sowie den gegebenen Lösungsansatz
- Erarbeitung geeigneter numerischer Verfahren zur Lösung der auftretenden Integrale
- Programmierung des Lösungsansatzes in MATLAB
- Lösung der barometrischen Höhenformel mit dem neuen Konzept und Vergleich mit anderen Verfahren sowie der exakten Lösung
- Untersuchung der numerischen Eigenschaften hinsichtlich Fehlerordnung, Konvergenz, Stabilität und dem Einfluss der numerischen Parameter



Vergleich verschiedener numerischer Verfahren zur Lösung der barometrischen Höhenformel