

Themengebiete: Diffusion, fraktionale Ableitungen, Numerik, Programmierung

Betreuer: Dr. André Schmidt,  
schmidt@inm.uni-stuttgart.de

Verantwortlicher Professor: Prof. Dr. R. Leine

Vorkenntnisse: Interesse an Mathematik, numerischer Simulation und Programmierung

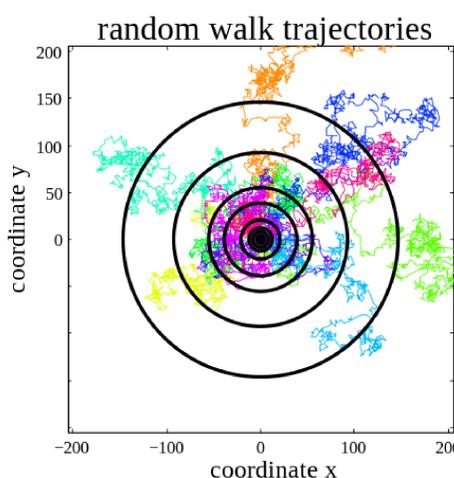
Die Verwendung von fraktionalen (nicht ganzzahligen) Ableitungen hat sich im Laufe der vergangenen Jahrzehnte auf verschiedenen Gebieten der Ingenieurwissenschaften bzw. Physik etabliert. Dabei handelt es sich um eine Verallgemeinerung von Beziehungen zwischen verschiedenen physikalischen Größen, deren Abhängigkeit voneinander mit Hilfe von Differentialoperatoren bzw. Differentialgleichungen (DGLn) beschrieben werden. Im Kern werden dabei ganzzahlige Ableitungen durch fraktionale Ableitungs-Ordnungen ersetzt.

Im Rahmen dieser Arbeit soll das Konzept auf Diffusionsprozesse angewandt werden, die durch DGLn in Raum und Zeit beschrieben werden. Auf molekularer Ebene lassen sich Diffusionsprozesse mit Hilfe der Brown'schen Wärmebewegung eines Partikels modellieren. Dabei ergibt sich ein proportionaler Zusammenhang zwischen dessen mittlerer quadratischer Verschiebung und der Zeit:  $\langle r^2(\tau) \rangle \propto \tau$ . Dieser Zusammenhang kennzeichnet die *normale Diffusion*.

Tatsächlich werden häufig Prozesse beobachtet, bei denen die mittlere quadratische Verschiebung proportional zu einer Potenz der Zeit ist:  $\langle r^2(\tau) \rangle \propto \tau^\alpha$ . In diesem Fall spricht man von *anomaler Diffusion*. Diese Gesetzmäßigkeiten lassen sich in den entsprechenden DGLn mithilfe von fraktionalen Ableitungen darstellen.

Die Arbeit gliedert sich in folgende Arbeitspakete:

- Programmierung von Zufallsbewegungen mit konstanten Schrittweiten  $\Delta t$  und  $\Delta x$  für 2-dimensionale Bewegungen (Matlab)
- Erweiterung der Programmierung auf normalverteilte sowie zeitverzögerte Schrittweiten  $\Delta t$  (normale Diffusion bzw. Subdiffusion)
- statistische Auswertung vieler Zufallsbewegungen und Vergleich mit der kontinuierlichen Beschreibung mittels fraktionaler Ableitungen
- Herleitung eines Diffusionsmodells auf der Basis von Tracking-Daten (Mobilfunk)
- Erweiterung für nicht normalverteilte Schrittweiten  $\Delta x$  (Lévy-Flüge, nur Masterarbeit!)



links: Trajektorien von Zufallsbewegungen einzelner Teilchen

rechts: mittlere quadratische Verschiebung über der Zeit für verschiedene Potenzen  $\alpha$

